МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ   
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**

**ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. В. Г. ШУХОВА»**

**(БГТУ им. В.Г. Шухова)**

Кафедра программного обеспечения вычислительной техники и автоматизированных систем



**Лабораторная работа №2**

по дисциплине: Теория автоматов и формальных языков

тема: «Преобразование КС-грамматик»

Выполнил: ст. группы ПВ-223

Игнатьев Артур Олегович

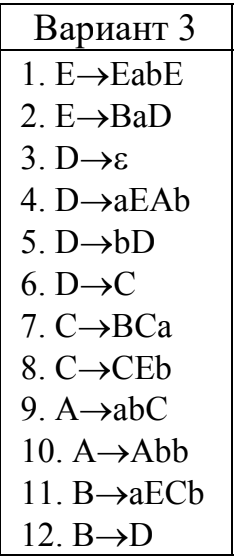
Проверил:

Рязанов Юрий Дмитриевич

Белгород 2024 г.

**Цель работы:** изучить основные эквивалентные преобразования КС-грамматик и научиться применять их для получения КС-грамматик, обладающих заданными свойствами.

**Вариант 3**



**Задание 1. Преобразовать исходную грамматику G (см. варианты заданий) в грамматику G1 без лишних символов.**

Грамматика G:

1. 𝐸 →𝐸𝑎𝑏𝐸

2. 𝐸 →𝐵𝑎𝐷

3. 𝐷 →𝜀

4. 𝐷 →𝑎𝐸𝐴𝑏

5. 𝐷 →𝑏𝐷

6. 𝐷 →𝐶

7. 𝐶 →𝐵𝐶𝑎

8. 𝐶 →𝐶𝐸𝑏

9. 𝐴 →𝑎𝑏𝐶

10. 𝐴 → 𝐴𝑏𝑏

11. 𝐵 → 𝑎𝐸𝐶𝑏

12. 𝐵 → 𝐷

В множество продуктивных нетерминалов Р включаем нетерминал D (правило 3). Нетерминал D продуктивен, поэтому нетерминал B (правило 12). Нетерменалы D и B продуктивные, поэтому добавляем нетерминал E (правило 2). Получаем Р={D, B, E}. Увеличить множество Р не можем.

Из множества всех нетерминалов исключаем все продуктивные. Получаем множество {C, A} бесплодных нетерминалов.

Исключаем правила 4, 6, 7, 8, 9, 10 и 11. Они содержат бесплодные нетерминалы.

Получаем грамматику:

1. 𝐸→𝐸𝑎𝑏𝐸

2. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

3. 𝐷→𝜀

5. 𝐷→𝑏𝐷

12. 𝐵→𝐷

Ищем достижимые символы.

P={E} – начальный нетерминал.

P={E, B, D, a, b} – все символы являются достижимыми.

Все символы являются достижимыми, значит ничего не исключаем.

Получаем грамматику G1:

1. 𝐸→𝐸𝑎𝑏𝐸

2. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

3. 𝐷→𝜀

4. 𝐷→𝑏𝐷

5. 𝐵→𝐷

**Задание 2. Преобразовать грамматику G1 в грамматику G2 без 𝜀-правил.**

Грамматика G1:

1. 𝐸→𝐸𝑎𝑏𝐸

2. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

3. 𝐷→𝜀

4. 𝐷→𝑏𝐷

5. 𝐵→𝐷

Ищем множество аннулирующих нетерминалов. Исключаем правила, содержащие хотя бы один терминал в правой части.

Получаем грамматику:

1. 𝐷→𝜀

2. 𝐵→𝐷

Находим продуктивные нетерминалы из данной грамматики:

D продуктивен, по правилу 𝐷→𝜀 (он может порождать пустую цепочку).

B продуктивен, по правилу 𝐵→𝐷. D уже продуктивен.

Получаем множество аннулирующих нетерминалов: {D, B}

Исключаем из каждого правила исходной грамматики аннулирующие нетерминалы всеми возможными способами. Полученные правила добавляем в множество правил грамматики

1. 𝐸→𝐸𝑎𝑏𝐸

2\_1. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

2\_2. 𝐸→𝐵𝑎

2\_3. 𝐸→𝑎𝐷

2\_4. 𝐸→𝑎

3. 𝐷→𝜀

4\_1. 𝐷→𝑏𝐷

4\_2. 𝐷→𝑏

5\_1. 𝐵→𝐷

5\_2. 𝐵→𝜀

Получим грамматику G2 исключением повторяющихся и эпсилон-правил:

1. 𝐸→𝐸𝑎𝑏𝐸

2\_1. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

2\_2. 𝐸→𝐵𝑎

2\_3. 𝐸→𝑎𝐷

2\_4. 𝐸→𝑎

4\_1. 𝐷→𝑏𝐷

4\_2. 𝐷→𝑏

5\_1. 𝐵→𝐷

**Задание 3. Преобразовать грамматику G1 в грамматику G3 без цепных правил.**

Грамматика G1:

1. 𝐸→𝐸𝑎𝑏𝐸

2. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

3. 𝐷→𝜀

4. 𝐷→𝑏𝐷

5. 𝐵→𝐷

Для каждого нетерминала находим множество нетерминалов, доступных только для применения цепных правил:

ME=∅

MD=∅

MB={𝐷}

Исключаем из грамматики цепные правила и добавляем новые правила:

1. 𝐸→𝐸𝑎𝑏𝐸

2. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

3. 𝐷→𝜀

4. 𝐷→𝑏𝐷

5. 𝐵→𝑏𝐷

6. 𝐵→𝜀

Получаем грамматику G3:

1. 𝐸→𝐸𝑎𝑏𝐸

2. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

3. 𝐷→𝜀

4. 𝐷→𝑏𝐷

5. 𝐵→𝑏𝐷

6. 𝐵→𝜀

**Задание 4. Преобразовать грамматику G1 в грамматику G4 без левой рекурсии.**

1. 𝐸→𝐸𝑎𝑏𝐸 – левая рекурсия

2. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

3. 𝐷→𝜀

4. 𝐷→𝑏𝐷

5. 𝐵→𝐷

Заменим правило с левой рекурсией на 3 новых правила и получим грамматику G4:

1\_1. 𝐸′→𝑎𝑏𝐸𝐸′

1\_2. 𝐸′→𝜀

1\_3. 𝐸→𝐵𝑎𝐷𝐸′

2. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

3. 𝐷→𝜀

4. 𝐷→𝑏𝐷

5. 𝐵→𝐷

**Задание 5. Преобразовать грамматику G1 в грамматику G5 без несаморекурсивных нетерминалов.**

1. 𝐸→𝐸𝑎𝑏𝐸

2. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

3. 𝐷→𝜀

4. 𝐷→𝑏𝐷

5. 𝐵→𝐷 – несаморекурсивный нетерминал

Исключаем правило 5. Имеем одно вхождение B в правило 2. Заменяем его на содержимое правила 5. Получаем грамматику G5:

1. 𝐸→𝐸𝑎𝑏𝐸

2. 𝐸→𝐷𝑎𝐷

3. 𝐷→𝜀

4. 𝐷→𝑏𝐷

**Задание 6. Получить грамматику G6, эквивалентную грамматике G1, в которой правая часть каждого правила состоит либо из одного терминала, либо двух нетерминалов.**

Используем грамматику G5, так как в ней нет цепных правил.

1. 𝐸→𝐸𝑎𝑏𝐸

2. 𝐸→𝐷𝑎𝐷

3. 𝐷→𝜀

4. 𝐷→𝑏𝐷

Устраним в G5 все эпсилон-правила:

1. 𝐸→𝐸𝑎𝑏𝐸

2. 𝐸→𝐷𝑎𝐷

3. 𝐸→𝑎

4. 𝐸→𝐷𝑎

5. 𝐸→𝑎𝐷

6. 𝐷→𝑏𝐷

7. 𝐷→𝑏

Преобразуем данную грамматику в НФХ:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Исходная грамматика |  |  |  |
| 𝐸→𝐸𝑎𝑏𝐸 | 𝐸→𝐸𝑁1 | 𝐸→𝐸𝑁1 | 𝐸→𝐸𝑁1 |
| 𝐸→𝐷𝑎𝐷 | 𝑁1→𝑎𝑏𝐸 | 𝑁1→𝑎𝑁3 | 𝑁1→𝑁4𝑁3 |
| 𝐸→𝑎 | 𝐸→𝐷𝑁2 | 𝑁3→𝑏𝐸 | 𝑁4→𝑎 |
| 𝐸→𝐷𝑎 | 𝑁2→𝑎𝐷 | 𝐸→𝐷𝑁2 | 𝑁3→𝑁5𝐸 |
| 𝐸→𝑎𝐷 | 𝐸→𝑎 | 𝑁2→𝑎𝐷 | 𝑁5→𝑏 |
| 𝐷→𝑏𝐷 | 𝐸→𝐷𝑎 | 𝐸→𝑎 | 𝐸→𝐷𝑁2 |
| 𝐷→𝑏 | 𝐸→𝑎𝐷 | 𝐸→𝐷𝑎 | 𝑁2→𝑁4𝐷 |
|  | 𝐷→𝑏𝐷 | 𝐸→𝑎𝐷 | 𝐸→𝑎 |
|  | 𝐷→𝑏 | 𝐷→𝑏𝐷 | 𝐸→𝐷𝑁4 |
|  |  | 𝐷→𝑏 | 𝐸→𝑁4𝐷 |
|  |  |  | 𝐷→𝑁5𝐷 |
|  |  |  | 𝐷→𝑏 |

Грамматика G6:

1. 𝐸→𝐸𝑁

2. 𝑁1→𝑁4𝑁3

3. 𝑁4→𝑎

4. 𝑁3→𝑁5𝐸

5. 𝑁5→𝑏

6. 𝐸→𝐷𝑁2

7. 𝑁2→𝑁4𝐷

8. 𝐸→𝑎

9. 𝐸→𝐷𝑁4

10. 𝐸→𝑁4𝐷

11. 𝐷→𝑁5𝐷

12. 𝐷→𝑏

**Задание 7. Получить грамматику G7, эквивалентную грамматике G1, в которой правая часть каждого правила начинается терминалом.**

Используем грамматику G4, так как в ней нет левой рекурсии.

1. 𝐸′→𝑎𝑏𝐸𝐸′

2. 𝐸′→𝜀

3. 𝐸→𝐵𝑎𝐷𝐸′

4. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

5. 𝐷→𝜀

6. 𝐷→𝑏𝐷

7. 𝐵→𝐷

Устраним в G4 все эпсилон-правила:

1\_1. 𝐸′→𝑎𝑏𝐸𝐸′

1\_1\_2 𝐸′→𝑎𝑏𝐸

2. 𝐸′→𝜀

3\_1. 𝐸→𝐵𝑎𝐷𝐸′

3\_2. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

3\_3. 𝐸→𝑎𝐷𝐸′

3\_4. 𝐸→𝐵𝑎𝐸′

3\_5. 𝐸→𝐵𝑎

3\_6. 𝐸→𝑎𝐸′

3\_7. 𝐸→𝑎𝐷

3\_8. 𝐸→𝑎

4\_1. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

4\_2. 𝐸→𝐵𝑎

4\_3. 𝐸→𝑎𝐷

4\_4. 𝐸→𝑎

5. 𝐷→𝜀

6\_1. 𝐷→𝑏𝐷

6\_2. 𝐷→𝑏

7. 𝐵→𝐷

1. 𝐸′→𝑎𝑏𝐸𝐸′

2. 𝐸′→𝑎𝑏𝐸

3. 𝐸→𝐵𝑎𝐷𝐸′

4. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

5. 𝐸→𝑎𝐷𝐸′

6. 𝐸→𝐵𝑎𝐸′

7. 𝐸→𝐵𝑎

8. 𝐸→𝑎𝐸′

9. 𝐸→𝑎𝐷

10. 𝐸→𝑎

11. 𝐷→𝑏𝐷

12. 𝐷→𝑏

13. 𝐵→𝐷

Выполняем замену края:

1. 𝐸′→𝑎𝑏𝐸𝐸′

2. 𝐸′→𝑎𝑏𝐸

3. 𝐸→𝐷𝑎𝐷𝐸′

4. 𝐸→𝐷𝑎𝐷

5. 𝐸→𝑎𝐷𝐸′

6. 𝐸→𝐷𝑎𝐸′

7. 𝐸→𝐷𝑎

8. 𝐸→𝑎𝐸′

9. 𝐸→𝑎𝐷

10. 𝐸→𝑎

11. 𝐷→𝑏𝐷

12. 𝐷→𝑏

13. 𝐵→𝐷

1. 𝐸′→𝑎𝑏𝐸𝐸′

2. 𝐸′→𝑎𝑏𝐸

3. 𝐸→𝑏𝐷𝑎𝐷𝐸′

3\_1. 𝐸→𝑏𝑎𝐷𝐸′

4. 𝐸→𝑏𝐷𝑎𝐷

4\_1. 𝐸→𝑏𝑎𝐷

5. 𝐸→𝑎𝐷𝐸′

6. 𝐸→𝑏𝐷𝑎𝐸′

6\_1. 𝐸→𝑏𝑎𝐸′

7. 𝐸→𝑏𝐷𝑎

7\_1. 𝐸→𝑏𝑎

8. 𝐸→𝑎𝐸′

9. 𝐸→𝑎𝐷

10. 𝐸→𝑎

11. 𝐷→𝑏𝐷

12. 𝐷→𝑏

13. 𝐵→𝑏𝐷

13\_1. 𝐵→𝑏

Грамматика G7:

1. 𝐸′→𝑎𝑏𝐸𝐸′

2. 𝐸′→𝑎𝑏𝐸

3. 𝐸→𝑏𝐷𝑎𝐷𝐸′

3\_1. 𝐸→𝑏𝑎𝐷𝐸′

4. 𝐸→𝑏𝐷𝑎𝐷

4\_1. 𝐸→𝑏𝑎𝐷

5. 𝐸→𝑎𝐷𝐸′

6. 𝐸→𝑏𝐷𝑎𝐸′

6\_1. 𝐸→𝑏𝑎𝐸′

7. 𝐸→𝑏𝐷𝑎

7\_1. 𝐸→𝑏𝑎

8. 𝐸→𝑎𝐸′

9. 𝐸→𝑎𝐷

10. 𝐸→𝑎

11. 𝐷→𝑏𝐷

12. 𝐷→𝑏

13. 𝐵→𝑏𝐷

13\_1. 𝐵→𝑏

**Задание 8. Получить грамматику G8, эквивалентную грамматике G1, в которой правая часть каждого не 𝜀-правила начинается терминалом и любые два правила с одинаковой левой частью различаются первым символом в правой части.**

Используем грамматику G5 приведенную в НФГ(во время решения выяснилось, что данную грамматику невозможно преобразовать к искомой. Если удалить из приведенной грамматики G5 правила 9 и 7 то искомую грамматику возможно будет найти)

Грамматика G5 приведенная в НФГ(удалены некоторые правила):

1. 𝐸→𝑎𝐷𝑎𝑏𝐸

2. 𝐸→𝑎𝑎𝑏𝐸

3. 𝐸→𝑏𝐷𝑎𝐷

4. 𝐸→𝑏𝑎𝐷

5. 𝐸→𝑏𝐷𝑁

6. 𝐸→𝑏𝑁

8. 𝐸→𝑎

9. 𝐷→𝑏

10. 𝑁→𝑎

Выполним левую факторизацию:

1. 𝐸→𝑎𝐺1

2. 𝐺1→𝐷𝑎𝑏𝐸

3. 𝐺1→𝑎𝑏𝐸

4. 𝐺1→𝜀

5. 𝐸→𝑏𝐺2

6. 𝐺2→𝐷𝑎𝐷

7. 𝐺2→𝑎𝐷

8. 𝐺2→𝐷𝑁

9. 𝐺2→𝑁

10. 𝐷→𝑏

11. 𝑁→𝑎

Выполним замену:

1. 𝐸→𝑎𝐺1

2. 𝐺1→𝑏𝑎𝑏𝐸

3. 𝐺1→𝑎𝑏𝐸

4. 𝐺1→𝜀

5. 𝐸→𝑏𝐺2

6. 𝐺2→𝑏𝑎𝑏

7. 𝐺2→𝑎𝑏

8. 𝐺2→𝑏𝑎

9. 𝐺2→𝑎

10. 𝐷→𝑏

11. 𝑁→𝑎

Выполним левую факторизацию:

1. 𝐸→𝑎𝐺1

2. 𝐺1→𝑏𝑎𝑏𝐸

3. 𝐺1→𝑎𝑏𝐸

4. 𝐺1→𝜀

5. 𝐸→𝑏𝐺2

6. 𝐺2→𝑏𝐺3

7. 𝐺3→𝑎𝑏

8. 𝐺3→𝑎

9. 𝐺2→𝑎𝐺4

10. 𝐺4→𝑏

11. 𝐺4→𝜀

11. 𝐷→𝑏

12. 𝑁→𝑎

Выполним левую факторизацию:

1. 𝐸→𝑎𝐺1

2. 𝐺1→𝑏𝑎𝑏𝐸

3. 𝐺1→𝑎𝑏𝐸

4. 𝐺1→𝜀

5. 𝐸→𝑏𝐺2

6. 𝐺2→𝑏𝐺3

7. 𝐺3→𝑎𝐺5

8. 𝐺5→𝑏

9. 𝐺5→𝜀

10. 𝐺2→𝑎𝐺4

11. 𝐺4→𝑏

12. 𝐺4→𝜀

13. 𝐷→𝑏

14. 𝑁→𝑎

Грамматика 𝐺8:

1. 𝐸→𝑎𝐺1

2. 𝐺1→𝑏𝑎𝑏𝐸

3. 𝐺1→𝑎𝑏𝐸

4. 𝐺1→𝜀

5. 𝐸→𝑏𝐺2

6. 𝐺2→𝑏𝐺3

7. 𝐺3→𝑎𝐺5

8. 𝐺5→𝑏

9. 𝐺5→𝜀

10. 𝐺2→𝑎𝐺4

11. 𝐺4→𝑏

12. 𝐺4→𝜀

13. 𝐷→𝑏

14. 𝑁→𝑎

**Задание 9. Получить грамматику G9, эквивалентную грамматике G1, в которой правая часть каждого правила не содержит двух стоящих рядом нетерминалов.**

Используем грамматику G6:

1. 𝐸→𝐸𝑁1

2. 𝑁1→𝑁4𝑁3

3. 𝑁4→𝑎

4. 𝑁3→𝑁5𝐸

5. 𝑁5→𝑏

6. 𝐸→𝐷𝑁2

7. 𝑁2→𝑁4𝐷

8. 𝐸→𝑎

9. 𝐸→𝐷𝑁4

10. 𝐸→𝑁4𝐷

11. 𝐷→𝑁5𝐷

12. 𝐷→𝑏

Выполним преобразования в правилах с различными нетерминалами N в левой части:

2. 𝑁1→𝑎𝑁3

3. 𝑁4→𝑎

4. 𝑁3→𝑏𝐸

5. 𝑁5→𝑏

7. 𝑁2→𝑎𝐷

Получаем грамматику G9:

1. 𝐸→𝐸𝑎𝑁3

2. 𝑁1→𝑎𝑁3

3. 𝑁4→𝑎

4. 𝑁3→𝑏𝐸

5. 𝑁5→𝑏

6. 𝐸→𝐷𝑎𝐷

7. 𝑁2→𝑎𝐷

8. 𝐸→𝑎

9. 𝐸→𝐷𝑎

10. 𝐸→𝑎𝐷

11. 𝐷→𝑏𝐷

12. 𝐷→𝑏

**Задание 10. Получить грамматику G10, эквивалентную грамматике G1, в которой любой символ занимает либо только крайнюю правую позицию в правых частях правил, либо находится левее самого правого символа в правых частях правил.**

Используем грамматику G4:

1. 𝐸′→𝑎𝑏𝐸𝐸′

2. 𝐸′→𝜀

3. 𝐸→𝐵𝑎𝐷𝐸′

4. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

5. 𝐷→𝜀

6. 𝐷→𝑏𝐷

7. 𝐵→𝐷

Заменим D в грамматике 3 на B, так как это нарушает условия задачи:

1. 𝐸′→𝑎𝑏𝐸𝐸′

2. 𝐸′→𝜀

3. 𝐸→𝐵𝑎𝐵𝐸′

4. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

5. 𝐷→𝜀

6. 𝐷→𝑏𝐷

7. 𝐵→𝐷

Получаем грамматику G10:

1. 𝐸′→𝑎𝑏𝐸𝐸′

2. 𝐸′→𝜀

3. 𝐸→𝐵𝑎𝐵𝐸′

4. 𝐸→𝐵𝑎𝐷

5. 𝐷→𝜀

6. 𝐷→𝑏𝐷

7. 𝐵→𝐷

**Вывод:** в ходе лабораторной работы были изучены основные эквивалентные преобразования КС-грамматик и научились применять их для получения КС-грамматик, обладающих заданными свойствами.